

Analisis Metode Penyelesaian Relasi Rekursif dalam Matematika Diskrit serta Implikasinya terhadap Pembelajaran

Analysis of Methods for Solving Recursive Relations In Discrete Mathematics and Their Implications for Learning

Fadilla Sri Utami Siregar, Arjuna Yahdil Fauza Rambe & Almira Amir*

Program Studi Tadris Matematika, Fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan, Universitas Islam Negeri Syekh Ali Hasan Ahmad Addary Padangsidimpuan, Indonesia

Diterima: 22 Oktober 2025; Direview: 26 Oktober 2025; Disetujui: 06 November 2025

*Corresponding Email: almiraamir@uinsyahada.ac.id

Abstrak

Relasi rekursif merupakan konsep penting dalam matematika diskrit yang digunakan untuk mendefinisikan barisan, fungsi, maupun model komputasi. Penelitian ini bertujuan menganalisis berbagai metode penyelesaian relasi rekursif dan implikasinya terhadap pembelajaran matematika. Penelitian menggunakan pendekatan *library research* terhadap 15 artikel yang dipublikasikan pada jurnal nasional terakreditasi SINTA (1–5) dan jurnal internasional terindeks Scopus pada periode 2020–2025. Artikel dipilih melalui tahapan identifikasi, penyaringan, kelayakan, dan inklusi berdasarkan relevansi topik dan ketersediaan teks lengkap. Hasil kajian menunjukkan bahwa setiap metode memiliki karakteristik tersendiri: substitusi dan iterasi cocok untuk kasus dasar, persamaan karakteristik efektif pada relasi linear homogen, fungsi pembangkit unggul dalam konteks kombinatorika, dan pendekatan numerik relevan untuk sistem dinamik kompleks. Dari sisi pembelajaran, penerapan relasi rekursif berkontribusi pada peningkatan keterampilan berpikir kritis, logis, dan kreatif siswa melalui strategi *discovery learning*, *blended learning*, serta penggunaan media konkret. Penelitian ini menegaskan pentingnya integrasi relasi rekursif dalam kurikulum matematika diskrit untuk membekali peserta didik dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi yang sesuai dengan tuntutan abad ke-21.

Kata kunci: Relasi Rekursif; Metode Penyelesaian; Matematika Diskrit; Pembelajaran Matematika.

Abstract

Recursive relations are an important concept in discrete mathematics used to define sequences, functions, and computational models. This study aims to analyze various methods for solving recursive relations and their implications for mathematics learning. The study used a library research approach to 15 articles published in SINTA-accredited national journals (1–5) and Scopus-indexed international journals during the 2020–2025 period. Articles were selected through identification, screening, eligibility, and inclusion stages based on topic relevance and full-text availability. The results of the study indicate that each method has its own characteristics: substitution and iteration are suitable for basic cases, characteristic equations are effective in homogeneous linear relations, generating functions excel in combinatorics contexts, and numerical approaches are relevant for complex dynamic systems. From a learning perspective, the application of recursive relations contributes to improving students' critical, logical, and creative thinking skills through discovery learning strategies, blended learning, and the use of concrete media. This study emphasizes the importance of integrating recursive relations in the discrete mathematics curriculum to equip students with higher-order thinking skills that are appropriate to the demands of the 21st century.

Keywords: Recurrence Relation; Solution Methods; Discrete Mathematics; Mathematics Learning.

How to Cite: Siregar, F.S.U., Rambe, A.Y.F., & Amir, A. (2025). Analisis Metode Penyelesaian Relasi Rekursif dalam Matematika Diskrit dan Implikasinya terhadap Pembelajaran. *Journal of Natural Sciences*. 6 (3): 268-279



PENDAHULUAN

Relasi rekursif itu salah satu ide pokok di matematika diskrit yang sering dipakai buat menggambarkan berbagai kejadian atau pola, baik matematis yang berhubungan dengan komputasi. Secara sederhana, relasi rekursif mendefinisikan suatu barisan dengan mengaitkan setiap suku terhadap satu atau beberapa suku sebelumnya. Pendekatan ini berbeda dengan representasi eksplisit karena menekankan keterkaitan antar-suku, bukan pada formula langsung. Dalam teori matematika, relasi rekursif hadir dalam beragam konteks, seperti barisan Fibonacci, barisan aritmetika dan geometri, model pertumbuhan populasi, serta analisis kompleksitas algoritma (Dağlı & Qi, 2022). Dalam konteks historis, pendekatan kombinatorial terhadap barisan rekursif juga telah dieksplorasi secara mendalam untuk menunjukkan evolusi ide numerik dalam pendidikan matematika (Alves *et al.*, 2024).

Pemahaman terhadap relasi rekursif sangat penting, terutama dalam bidang ilmu komputer, teori graf, dan kombinatorika. Dalam pemrograman misalnya, konsep rekursif digunakan pada algoritma *divide and conquer* seperti pencarian biner, pengurutan *merge sort*, serta penyelesaian persoalan Menara Hanoi yang berfokus pada pemecahan masalah menjadi submasalah yang lebih kecil. Oleh karena itu, kemampuan dalam menyelesaikan relasi rekursif selain bernilai relevan dengan teoretis, selain itu, mempunyai aplikasi nyata seperti signifikan dalam pengembangan teknologi serta analisis matematis modern (Marwan & Kraemer, 2023).

Berbagai metode telah dikembangkan untuk menyelesaikan relasi rekursif, di antaranya metode substitusi langsung, iterasi, induksi matematis, persamaan karakteristik, dan fungsi pembangkit (da Fonseca, 2024). Setiap metode memiliki kelebihan dan keterbatasan tersendiri bergantung pada bentuk relasi yang dihadapi. Metode substitusi langsung, misalnya, mudah digunakan pada relasi sederhana, tetapi kurang efisien untuk relasi non-linear. Sebaliknya, metode fungsi pembangkit mampu memberikan solusi umum dalam konteks kombinatorika, namun menuntut penguasaan yang lebih tinggi terhadap manipulasi aljabar. Keragaman metode tersebut menunjukkan perlunya kajian analitis yang sistematis untuk memahami perbedaan karakteristik, keunggulan, dan batas penerapan masing-masing pendekatan dalam menyelesaikan relasi rekursif.



Dilihat dari sisi pendidikan matematika, topik ini sangat bermanfaat karena dapat membantu siswa belajar berpikir dengan logika yang baik, teratur, dan mendorong mereka untuk lebih kreatif dalam memecahkan masalah. (Indraswari & Zakiyah, 2020) menegaskan bahwa penggunaan media konkret seperti Menara Hanoi membantu mahasiswa memahami konsep rekursif yang bersifat abstrak secara lebih mudah. Sementara itu, penerapan strategi pembelajaran inovatif seperti *discovery learning* (Mata & Matematika, 2024) dan *blended learning* (Fajriah *et al.*, 2020) terbukti mampu meningkatkan pemahaman konseptual serta keterampilan berpikir kritis. Namun demikian, Fokus utama dari sebagian besar riset yang ada tetap pada aspek strategi pembelajaran atau efektivitas media, bukan pada analisis komparatif metode penyelesaian relasi rekursif itu sendiri dan implikasinya bagi pengajaran konsep rekursif di kelas.

Berdasarkan celah tersebut, artikel ini menghadirkan kebaruan (*novelty*) berupa analisis sistematis terhadap berbagai metode penyelesaian relasi rekursif dalam matematika diskrit serta relevansi dan implikasinya terhadap pembelajaran matematika. Tujuan peneliti adalah (1) mengklasifikasikan metode-metode penyelesaian relasi rekursif berdasarkan karakteristik dan tingkat kompleksitasnya, serta (2) Membahas bagaimana cara mengajarkan konsep rekursif dengan baik agar dapat membantu siswa mengembangkan kemampuan berpikir matematisnya. Oleh karena itu, peneliti mengharapkan untuk dapat memberikan kontribusi teoritis bagi pengembangan kajian matematika diskrit sekaligus menawarkan perspektif praktis bagi inovasi pembelajaran matematika di era modern.

METODE PENELITIAN

Peneliti menggunakan metode studi pustaka dengan cara menganalisis isi dari berbagai sumber yang relevan. Materi penelitian berupa 15 artikel ilmiah yang relevan dengan topik metode penyelesaian relasi rekursif dan pembelajarannya, yang dimuat dalam jurnal nasional yang terakreditasi SINTA (1–5) dan juga dalam jurnal internasional sudah terindeks Scopus pada rentang tahun 2020 hingga 2025. Artikel yang dijadikan bahan kajian dipilih melalui tahapan identifikasi, penyaringan, kelayakan, dan inklusi berdasarkan pedoman pelaporan penelitian yang dikenal dengan PRISMA.



Alat utama digunakan dalam penelitian ini adalah lembar telaah literatur yang berfungsi untuk mencatat identitas artikel, tujuan, metode yang digunakan, hasil utama, serta relevansi dengan pembelajaran matematika. Desain penelitian bersifat deskriptif kualitatif, karena fokus penelitian adalah menggambarkan dan menganalisis karakteristik metode penyelesaian relasi rekursif berdasarkan data sekunder yang telah ada. Sampel dipilih secara sengaja (purposive sampling), yaitu dengan memilih artikel yang sesuai dengan kriteria tertentu, seperti kesesuaian topik, ketersediaan teks lengkap, dan kualitas penerbitannya.

Variabel yang dikaji meliputi (1) jenis metode penyelesaian relasi rekursif (substitusi langsung, iterasi, persamaan karakteristik, fungsi pembangkit, dan pendekatan numerik), serta (2) implikasi pembelajaran terhadap kemampuan berpikir kritis, logis, dan kreatif. Data dikumpulkan melalui analisis dokumen, dengan membaca dan menelaah isi setiap artikel secara mendalam. Selanjutnya, data dianalisis dengan teknik reduksi, klasifikasi, interpretasi, dan sintesis tematik untuk mengidentifikasi pola, keunggulan, serta batas penerapan masing-masing metode.

Model analisis yang digunakan bersifat kualitatif deskriptif-komparatif, yaitu membandingkan hasil-hasil penelitian sebelumnya untuk menemukan kesamaan, perbedaan, serta keterkaitan antara metode penyelesaian dan aspek pembelajaran. Hasil analisis kemudian disajikan dalam bentuk naratif tanpa penggunaan rumus statistik, mengingat penelitian ini tidak bersifat kuantitatif atau eksperimental. Dengan rancangan dan prosedur tersebut, penelitian ini diharapkan menghasilkan deskripsi yang komprehensif mengenai variasi metode penyelesaian relasi rekursif dalam matematika diskrit beserta implikasinya terhadap mengasah kemampuan berpikir tingkat lanjut pada saat belajar matematika. Penelitian ini dilaksanakan pada bulan September 2025 di Universitas Islam Negeri (UIN) Syahada Padangsidimpuan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil kajian literatur terhadap 15 artikel ilmiah menunjukkan bahwa terdapat beberapa metode utama dalam penyelesaian relasi rekursif, masing-masing memiliki keunggulan dan keterbatasan sesuai konteks penerapannya. Metode-metode tersebut meliputi substitusi langsung, iterasi, persamaan karakteristik, fungsi pembangkit, serta pendekatan numerik dan dinamik. Kajian lain menyoroti penerapan relasi rekursif dalam



barisan aritmetika tingkat tinggi melalui analisis persamaan karakteristik untuk menemukan bentuk umum suku ke- n (Studi *et al.*, 2021). Gambaran singkat mengenai setiap metode disajikan pada tabel berikut.

Tabel 1. Ringkasan Metode Penyelesaian Relasi Rekursif

No	Metode Penyelesaian	Karakteristik Utama	Kelebihan	Keterbatasan	Relevansi Pembelajaran
1	Substitusi langsung	Menuliskan suku-suku awal untuk menemukan pola eksplisit	Sederhana, mudah diterapkan	Tidak efisien untuk relasi kompleks	Cocok untuk pengenalan konsep dasar
2	Iterasi	Mengulang relasi hingga terbentuk pola umum	Melatih keteraturan berpikir	Sulit untuk relasi non-linear	Meningkatkan kemampuan berpikir logis
3	Persamaan karakteristik	Menggunakan akar-akar polinomial karakteristik	Sistematis, cepat menghasilkan solusi umum	Terbatas pada relasi linear homogen	Efektif untuk topik barisan linear
4	Fungsi pembangkit	Mengubah barisan menjadi fungsi aljabar	Unggul dalam konteks kombinatorika	Memerlukan kemampuan aljabar lanjut	Mengasah kreativitas simbolik
5	Pendekatan numerik/dinamik	Menganalisis perilaku sistem jangka panjang	Relevan untuk model nyata kompleks	Tidak menghasilkan bentuk eksplisit	Mendorong pemahaman konseptual mendalam

Sumber: Hasil sintesis data literatur (2025)



Gambar 1. Hubungan Antar-Metode Penyelesaian Relasi Rekursif

Sumber gambar: Diadaptasi dari hasil kajian Fadilla Sri Utami Siregar, Arjuna Yahdil Fauza Rambe & Almira Amir (2025)

Analisis Metode Matematis

Kajian menunjukkan bahwa metode substitusi langsung dan iterasi paling sering digunakan dalam pengantar relasi rekursif. Keduanya menekankan pencarian pola dari beberapa suku awal hingga membentuk generalisasi. Pendekatan ini sederhana dan efektif untuk membangun pemahaman intuitif siswa terhadap struktur barisan, namun kurang efisien ketika pola bersifat non-linear atau berorde tinggi. Sementara itu, metode persamaan karakteristik lebih efisien untuk relasi linear homogen. Selain itu, dalam

kajian lanjutan, relasi rekursif juga digunakan pada transformasi Mellin untuk fungsi-fungsi khusus yang menunjukkan peran pentingnya dalam analisis matematis tingkat lanjut (Stade & Trinh, 2021). Prinsipnya adalah membentuk polinomial karakteristik dari relasi dan menentukan akar-akar yang membentuk solusi umum. Metode ini banyak ditemukan dalam literatur karena memberikan hasil sistematis dan cepat, seperti pada penyelesaian barisan Fibonacci. Namun penerapannya terbatas pada bentuk relasi homogen dan memerlukan modifikasi jika relasi bersifat non-homogen (Andelić & da Fonseca, 2021).

Metode fungsi pembangkit (*generating function*) banyak diaplikasikan pada bidang kombinatorika. Dengan mengubah barisan menjadi fungsi aljabar, metode ini membantu menemukan hubungan umum antar-suku secara simbolik. Hasil kajian memperlihatkan bahwa pendekatan ini unggul dalam mengidentifikasi pola tersembunyi yang sulit ditemukan melalui metode manual. Namun, karena membutuhkan pemahaman fungsi kompleks dan manipulasi simbolik, penerapannya dalam pembelajaran tingkat dasar perlu disederhanakan melalui analogi visual. Pendekatan numerik dan dinamik muncul dalam kajian terkini, khususnya untuk menganalisis perilaku sistem rekursif dalam konteks fisika dan ekonomi. Perspektif lain ditunjukkan oleh (Sandefur & Manaster, 2022) yang memanfaatkan model penyebaran penyakit untuk memperkenalkan konsep berpikir rekursif secara kontekstual dan aplikatif. Pendekatan ini tidak berfokus pada solusi eksplisit, tetapi pada pola jangka panjang, seperti kestabilan dan divergensi sistem. Kajian ini memperkaya pandangan tentang relasi rekursif sebagai model fenomena nyata, bukan sekadar prosedur aljabar.

Implikasi terhadap Pembelajaran Matematika

Hasil sintesis menunjukkan bahwa integrasi topik relasi rekursif dalam pembelajaran matematika mampu meningkatkan kemampuan siswa untuk berpikir secara mendalam dan rasional, logis, dan kreatif siswa (Susanti *et al.*, 2023). Penelitian (Dini, 2025) menunjukkan bahwa kemampuan siswa untuk berpikir secara mendalam saat memecahkan masalah berbasis relasi begitu bergantung pada bagaimana guru mengaitkan konsep tersebut dengan konteks kehidupan nyata. Aktivitas penyelesaian relasi rekursif menuntut siswa menganalisis pola, menyusun argumen, dan menemukan generalisasi, yang semuanya termasuk indikator (*HOTS*). Dalam konteks berpikir kritis,



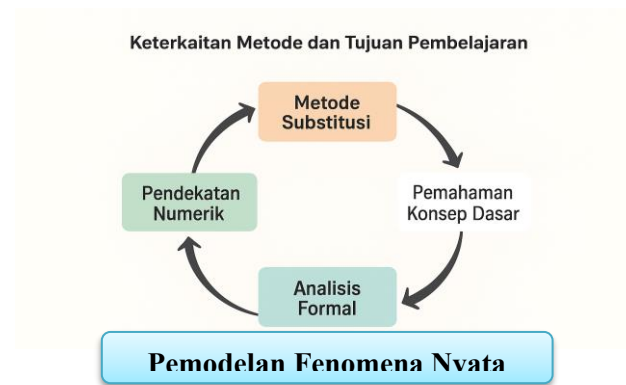
siswa belajar mengevaluasi kesahihan langkah-langkah penyelesaian dan membandingkan efektivitas antar-metode. Misalnya, membedakan kondisi kapan metode iterasi lebih tepat dibandingkan persamaan karakteristik. Sementara itu, berpikir logis terasah melalui aktivitas menurunkan suku ke- n dari data terbatas dan menyusun bukti matematis yang sistematis.

Adapun berpikir kreatif muncul ketika siswa menemukan pola baru atau menggunakan representasi visual dalam menyelesaikan masalah, misalnya melalui simulasi Menara Hanoi atau eksplorasi digital dengan GeoGebra. Pembelajaran berbasis proyek seperti ini membantu siswa memahami keterkaitan antara pola matematis dan aplikasi nyata. Penerapan strategi *discovery learning* dan *blended learning* juga terbukti memperkuat pemahaman konseptual. Pendekatan naratif pun dapat digunakan untuk memfasilitasi konstruksi berpikir rekursif dengan cara bercerita dan mengaitkan pengalaman siswa (Nicchiotti *et al.*, 2024). *Discovery learning* mendorong siswa menemukan pola relasi secara mandiri. Hasil penelitian (Mata & Matematika, 2024) juga menunjukkan bahwa penerapan *discovery learning* secara sistematis meningkatkan kemampuan siswa menemukan pola rekursif secara mandiri., sedangkan *blended learning* memperluas ruang eksplorasi melalui media digital. Selain itu, strategi problem based learning juga terbukti mampu membantu mahasiswa berpikir lebih kritis pada topik rekursif dalam matematika diskrit (Pradana Putra & Toni, 2024). Keduanya mendukung terciptanya pengalaman belajar aktif, reflektif, dan kolaboratif sesuai tuntutan kurikulum abad ke-21.

Sintesis Hasil Kajian

Secara keseluruhan, hasil kajian literatur menunjukkan bahwa tidak ada satu metode yang bersifat universal untuk semua jenis relasi rekursif. Masing-masing memiliki fungsi pedagogis yang berbeda dan dapat diadaptasi dalam pembelajaran berdasarkan tingkat kognitif peserta didik. Hubungan tersebut dapat diringkas dalam Gambar 2 berikut.





Gambar 2. Keterkaitan Metode dan Tujuan Pembelajaran

Sumber: Hasil sintesis Fadilla Sri Utami Siregar, Arjuna Yahdil Fauza Rambe & Almira Amir (2025)

Dengan demikian, hasil penelitian ini menegaskan bahwa analisis metode penyelesaian relasi rekursif tidak hanya memiliki nilai teoretis dalam matematika diskrit, tetapi juga memberikan kontribusi praktis terhadap strategi pembelajaran yang menumbuhkan pola pikir ilmiah dan kemampuan problem solving siswa.

SIMPULAN

Hasil kajian literatur terhadap 15 artikel menunjukkan bahwa terdapat lima metode utama dalam penyelesaian relasi rekursif, yaitu substitusi langsung, iterasi, persamaan karakteristik, fungsi pembangkit, serta pendekatan numerik dan dinamik. Masing-masing metode memiliki keunggulan dan keterbatasan yang berbeda sesuai konteks penggunaannya. Metode substitusi dan iterasi efektif untuk pengantar konsep dasar, persamaan karakteristik efisien untuk relasi linear homogen, fungsi pembangkit unggul dalam kombinatorika, sedangkan pendekatan numerik dan dinamik relevan untuk menganalisis sistem kompleks.

Dalam bidang pendidikan, relasi rekursif memiliki peran penting karena dapat membantu siswa belajar berpikir logis, kritis, dan kreatif lewat pembelajaran yang berfokus pada pola dan generalisasi. Integrasi kedepannya seperti *discovery learning*, *blended learning*, dan media visual membantu siswa memahami konsep abstrak secara lebih bermakna. Sebagai arah penelitian lanjutan, disarankan untuk mengembangkan model pembelajaran berbasis proyek dan teknologi digital yang mengintegrasikan relasi rekursif dengan aplikasi nyata, guna memperkuat kemampuan pemecahan masalah dan berpikir tingkat tinggi (HOTS) siswa.

DAFTAR PUSTAKA

- Alves, F. R. V., Catarino, P. M. M. C., Vieira, R. P. M., & Spreafico, E. V. P. (2024). Combinatorial approach on the recurrence sequences: An evolutionary historical discussion about numerical sequences and the notion of the board. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 19(2), 1–11. <https://doi.org/10.29333/iejme/14387>
- Anđelić, M., & da Fonseca, C. M. (2021). On the constant coefficients of a certain recurrence relation: A simple proof. *Heliyon*, 7(8), 10–12. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e07764>
- da Fonseca, C. M. (2024). The Generating function of a Bi-Periodic Leonardo Sequence. *Armenian Journal of Mathematics*, 16(7), 1–8. <https://doi.org/10.52737/18291163-2024.16.07-1-8>
- Dağlı, M. C., & Qi, F. (2022). Several recurrence relations and identities on generalized derangement numbers. *Results in Nonlinear Analysis*, 5(2), 185–190. <https://doi.org/10.53006/rna.1002272>
- Dini, E. S. (2025). *Elsa septian dini nim: 21591064*.
- Fajriah, N., Hidayanto, T., & Amalia, R. (2020). Development of learning materials in recurrence relations based on blended learning and wet land environment to increase higher order thinking skill of students. *Math Didactic: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(2), 142–155. <https://doi.org/10.33654/math.v6i2.929>
- Indraswari, N. F., & Zakiyah, S. (2020). Identification of Student Algebraic Reasoning in Solving Recursif Relation Problem Using Hanoi Tower Props Based on Learning Style. *Barekeng*, 14(4), 565–574. <https://doi.org/10.30598/barekengvol14iss4pp565-574>
- Marwan, N., & Kraemer, K. H. (2023). Trends in recurrence analysis of dynamical systems. *The European Physical Journal Special Topics*, 232(1), 5–27. <https://doi.org/10.1140/epjs/s11734-022-00739-8>
- Mata, P., & Matematika, K. (2024). *EduMath*. 16, 124–130.
- Nicchiotti, B., Donatiello, A., & Bianco, G. (2024). A Narrative Approach to Foster the Construction of Recursive Thinking in High School Students. *Education Sciences*, 14(4). <https://doi.org/10.3390/educsci14040350>
- Pradana Putra, F., & Toni, T. (2024). Analysis of the Algebraic Reasoning Ability of State Madrasah Tsanawiyah Students in Solving Mathematical Problems based on Cognitive Style. *JTMT: Journal Tadris Matematika*, 5(2), 128–137. <https://doi.org/10.47435/jtmt.v5i2.3245>
- Sandefur, J., & Manaster, A. B. (2022). Encouraging research on recursive thinking through the lens of a model of the spread of contagious diseases. *ZDM - Mathematics Education*, 54(4), 895–907. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01354-6>
- Stade, E., & Trinh, T. (2021). Recurrence relations for Mellin transforms of $GL(n, \mathbb{R})$ Whittaker functions. *Journal of Functional Analysis*, 280(2), 108808. <https://doi.org/10.1016/j.jfa.2020.108808>
- Studi, P., Matematika, P., Keguruan, F., Pendidikan, I., Pahlawan, U., & Tambusai, T. (2021). *Suku ke-n Aritmatika Tingkat Dua, Tiga, dan Empat dengan Pendekatan Akar Karakteristik Nurhaleni*. 5, 114580–114582.
- Susanti, M., Suyanto, S., Jailani, J., & Retnawati, H. (2023). Problem-based learning for improving problem-solving and critical thinking skills: A case on probability theory course. *Journal of Education and Learning*, 17(4), 507–525. <https://doi.org/10.11591/edulearn.v17i4.20866>